

電磁気学A 演習問題集②

以下の問題について5月14日の24時までにレポート提出せよ。なるべくPDFに変換し、メール添付で electrostatic.sekiba@gmail.com に送ること。JPEGからPDFへの無料変換アプリはたくさんあるそうなので適当なものを使ってください。

1. 次のベクトル \mathbf{A} , \mathbf{B} のベクトル積 $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ を求めよ。但し \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} は直交座標の各方向の単位ベクトルとする。

(1) $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$

(2) $\mathbf{A} = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{B} = -9\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$

2. $\mathbf{A} = \mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$ に対して、次のものを求めよ。

(1) \mathbf{A} , \mathbf{B} を2 辺とする平行四辺形の面積。

(2) \mathbf{A} , \mathbf{B} の両方に垂直な方向の単位ベクトル。

3. 次のベクトル \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} を3 辺とする平行六面体の体積を求めよ。

(1) $\mathbf{A} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{B} = \mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{C} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$

(2) $\mathbf{A} = \mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{C} = -\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$

2. 位置ベクトルおよびその大きさをそれぞれ $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, $|\mathbf{r}| = r$ で表す。以下を計算せよ。

(1) ∇r を \mathbf{r} と r で表せ。

(2) ∇r^n (ただし n は自然数)

(3) ∇r^{-n} (ただし n は自然数)

(4) ∇e^{-r}

(1) ∇e^{-r^2}

(2) $\nabla \ln r$

3. スカラー関数 $f(\mathbf{r})$ 、ベクトル関数 $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ に対して次が成り立つことを証明せよ。

(1) $\nabla \times \{\nabla f(\mathbf{r})\} = 0$

(2) $\nabla \cdot \{\nabla \times \mathbf{F}(\mathbf{r})\} = 0$

(3) $\nabla \times \{\nabla \times \mathbf{F}(\mathbf{r})\} = \nabla \{\nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{r})\} - \nabla^2 \mathbf{F}(\mathbf{r})$

4. xy 平面の原点に点電荷 q がある。 q が作る電場について、点 $(a, 0)$ から点 (a, a) まで線積分せよ。つぎに点 (a, a) から点 $(0, a)$ まで線積分せよ。2つの積分の和はどのようになるか。