

量子力学 I (大学院) 期末試験

2010 年 7 月 1 日 (担当: 関場大一郎)

問1 ブラ・ケット表記を用いて以下を示せ.

(i) 演算子 X, Y について, $(XY)^\dagger = Y^\dagger X^\dagger$.

(ii) エルミート演算子 A の固有値は実数である. また, 異なる固有値に属する A の固有ケットは互いに直交する.

問2 A, B を観測量とする. A と B の同時固有ケット $\{|a', b'\rangle\}$ が, 基底ケットの完全な規格直交系を作るとする. このとき常に $[A, B]=0$ と結論できるであろうか. これを正しいとするなら証明を述べよ. 正しくないとするなら反例を与えよ.

問3 1 個の粒子を入れた箱が, 薄い隔壁で左右の部屋に分けられている. 粒子が確実に右 (または左) 側にいることが分かっているとき, 状態を位置固有ケット $|R\rangle$ (または $|L\rangle$) で表すことにする. ここで粒子が半分の箱のどこにいるかは問題にしない. 粒子は隔壁を通過してトンネル運動することが出来るとし, このトンネル効果をハミルトニアン $H = \Delta(|L\rangle\langle R| + |R\rangle\langle L|)$ で記述する. ここで Δ はエネルギーの次元を持った実数である.

(i) $|R\rangle$ および $|L\rangle$ を基底として H を行列で表現し, エネルギー固有値を求めよ.

(ii) それぞれのエネルギー固有値に対応する規格化されたエネルギー固有ケットを求めよ.

(iii) シュレーディンガー表示では基底ケット $|R\rangle$ および $|L\rangle$ は固定されていて, 状態ベクトルが時間変化する. $t=0$ で粒子は確かに右側にいたとする. 適当な時間発展の演算子をかけることにより, $t>0$ に対して状態ベクトルを見出せ. ただし時間発展の演算子 $U(t, t_0)$ はシュレーディンガー方程式 $i\hbar \frac{\partial}{\partial t} U(t, t_0) = H U(t, t_0)$ を満たすものとする.